KURS

„BIOLOGIA POD KLUCZ"

BADANIA PRZYRODNICZE

Prezentacja jest chroniona prawnie przed kopiowaniem bez pisemnej zgody autora i stanowi „utwór" i w myśl Ustawy z dnia 4 lutego 1994 r. o prawie autorskim i prawach pokrewnych (Dz. U. z 1994 r., Nr 24, poz. 83 z późn. zm.).



PODSTAWOWE MIARY STATYSTYCZNE

MIARY STATYSTYCZNE



Podczas prowadzenia obserwacji lub doświadczeń wykonuje się pomiary badanej cechy na wielu osobnikach. Aby zwięźle podsumować uzyskane wyniki, stosuje się różne **miary tendencji centralnej i zmienności.**

MIARY TENDENCJI CENTRALNEJ

pojedyncze wartości stanowiące centrum zbioru wyników

- średnia
- mediana
- dominanta

MIARY ZMIENNOŚCI

zwane też miarami rozproszenia, określają, jak bardzo zróżnicowane są wyniki

- rozstęp
- odchylenie standardowe



ŚREDNIA ARYTMETYCZNA

ŚREDNIA ARYTMETYCZNA



Średnia arytmetyczna – suma wszystkich pomiarów podzielona przez liczbę tych pomiarów:

$$\overline{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i = \frac{x_1 + x_2 + \ldots + x_n}{n}$$

$\overline{x}$ - średnia arytmetyczna

$x_1, x_2, \ldots, x_i, \ldots, x_n$ - kolejne wyniki pomiarów

n - liczba pomiarów

ŚREDNIA ARYTMETYCZNA



Przykład 1.

Na początek rozpatrzmy prosty przykład. W badaniu otrzymano następujące **wielkości lęgu** (liczba jaj wysiadywanych jednocześnie) kanadyjskiego gatunku gęsi (*Brania canadensis*): **8, 6, 5, 7, 5, 9, 3, 5.**

$$\overline{x} = \frac{8+6+5+7+5+9+3+5}{8} = 6$$

Średnia wielkość lęgu w badaniu wyniosła 6 jaj. Średnia arytmetyczna zawsze leży na osi liczbowej **pomiędzy wartościami najmniejszą i największą:**

$x_{min} < \overline{x} < x_{max}$, czyli w tym przypadku $3 < \overline{x} < 9$.

ŚREDNIA ARYTMETYCZNA



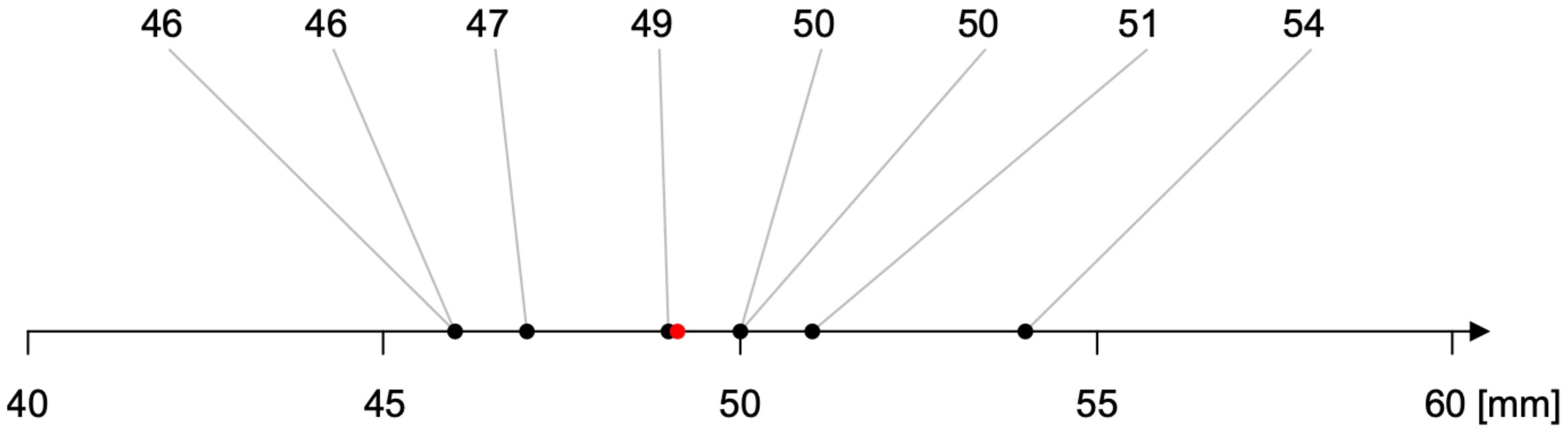
Przykład 2.

Pomiary długości działek zewnętrznego okółka okwiatu kosaćca szczecinkowego (*Iris setosa*) dały następujące wyniki w milimetrach: **51, 49, 47, 46, 50, 54, 46, 50.** Średnia arytmetyczna pomiarów wynosi:

$$\overline{x} = \frac{51 + 49 + 47 + 46 + 50 + 54 + 46 + 50}{8}\ \text{mm} = \mathbf{49{,}125\ mm}$$

ŚREDNIA ARYTMETYCZNA

Poniżej przedstawiono **zbiór danych** oraz **średnią arytmetyczną** na osi liczbowej:



ŚREDNIA ARYTMETYCZNA

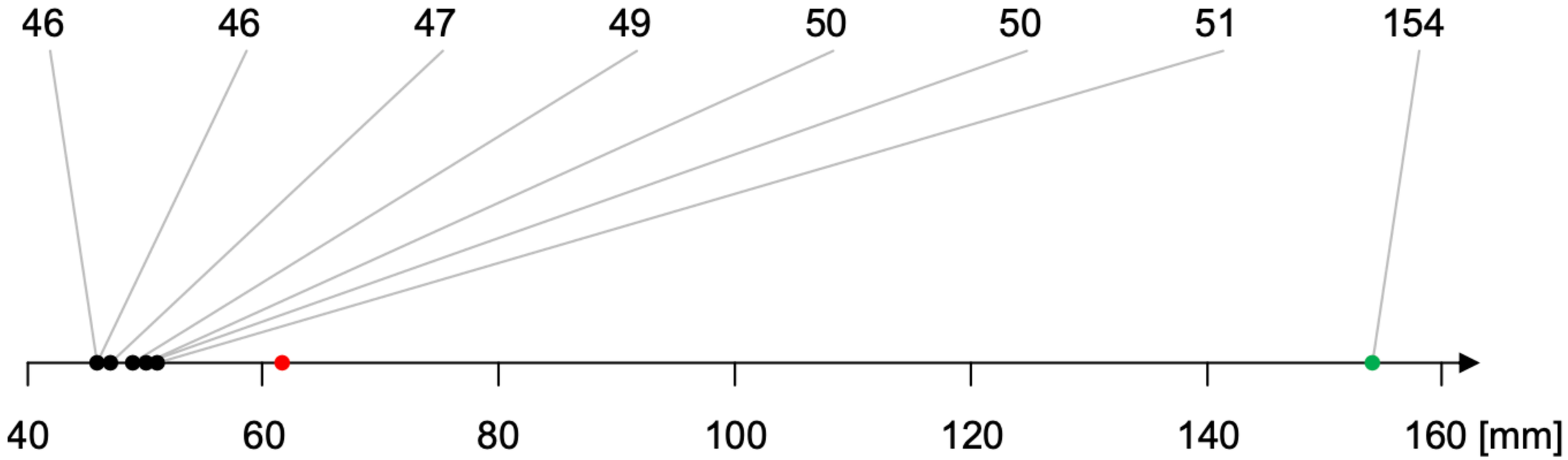


Średnia arytmetyczna jest bardzo wrażliwa na tzw. **obserwacje odstające** — wartości pomiarów znacznie różniące się od typowych wyników. Jeden pomiar znacznie odbiegający od pozostałych **może w dużym stopniu zawyżyć lub zaniżyć wartość średnią.** Przykładowo: **omyłkowe dopisanie jedynki** przed szóstym wynikiem pomiaru zwiększy wartość średnią o 12,5 mm:

$$\overline{x} = \frac{51 + 49 + 47 + 46 + 50 + 154 + 46 + 50}{8} \text{ mm} = \mathbf{61{,}625\ mm}$$

ŚREDNIA ARYTMETYCZNA

Średnia arytmetyczna wynosząca 61,625 mm jest większa od każdego z siedmiu niezaburzonych wyników pomiarów, a więc nie jest dobrą miarą tendencji centralnej w tym przypadku — **większość wyników** leży na osi liczbowej na lewo od **średniej**:



ŚREDNIA ARYTMETYCZNA



Obserwacje odstające mogą być spowodowane **naturalnymi procesami,** np. *pomiar temperatury ciała człowieka podczas infekcji bakteryjnej będzie zawyżony.*

Obserwacje odstające najczęściej świadczą jednak o błędach popełnionych podczas wykonywania pomiarów lub przygotowywania dokumentacji. Do takich błędów zalicza się m.in. *pomylenie jednostek, omyłkowe przesunięcie przecinka dziesiętnego, nieprawidłowe użycie sprzętu badawczego oraz niewłaściwe oznaczenie badanego organizmu.*

Jeżeli nie można poprawić błędnych wyników pomiarów, to należy je bezwzględnie usunąć ze zbioru danych przed obliczeniem wartości średniej.

ŚREDNIA ARYTMETYCZNA



Podczas dołączania kolejnych wyników doświadczenia lub obserwacji do zbioru danych średnia arytmetyczna może się zwiększyć lub zmniejszyć.

Te wahania są jednak zasadniczo coraz mniejsze wraz ze wzrostem liczby wykonanych pomiarów.

W przypadku doświadczeń lub obserwacji z odpowiednio dużą liczbą pomiarów można w pewnym momencie zauważyć, że **kontynuowanie badań ma nieznaczny wpływ na podsumowanie wyników i dalsze wnioskowanie.**



ŚREDNIA ARYTMETYCZNA WAŻONA

ŚREDNIA ARYTMETYCZNA WAŻONA



Średnia arytmetyczna ważona uwzględnia różne wagi (znaczenie) poszczególnych wyników pomiarów i jest określona wzorem:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} w_i x_i}{\sum_{i=1}^{n} w_i} = \frac{w_1 x_1 + w_2 x_2 + \cdots + w_n x_n}{w_1 + w_2 + \cdots + w_n}$$

$\overline{x}$ - średnia arytmetyczna ważona

$x_1, x_2, \ldots, x_i, \ldots, x_n$ - kolejne wyniki pomiarów

$w_1, w_2, \ldots, w_i, \ldots, w_n$ - wagi przyporządkowane kolejnym pomiarom

n - liczba pomiarów

ŚREDNIA ARYTMETYCZNA WAŻONA



Przykład 1.

Średnia arytmetyczna ważona jest wykorzystywana, jeżeli dane zostały pogrupowane. W poniższej tabeli przedstawiono podsumowanie wyników obserwacji **1046 porodów** marmozety zwyczajnej (*Callithrix jacchus*), należącej do małp szerokonosych.

Wielkość miotu (wynik pomiaru)	Liczba porodów (waga)
1	52
2	649
3	335
4	10
Suma	1046

ŚREDNIA ARYTMETYCZNA WAŻONA



Aby obliczyć średnią wielkość miotu, należy skorzystać z wcześniejszego wzoru i **zastosować liczbę porodów o danej wielkości jako wagi:**

$$\overline{x} = \frac{52 \cdot 1 + 649 \cdot 2 + 335 \cdot 3 + 10 \cdot 4}{52 + 649 + 335 + 10} = \frac{2395}{1046} = 2{,}29$$

ŚREDNIA ARYTMETYCZNA WAŻONA



Dzięki wykorzystaniu wzoru na średnią ważoną **w liczniku** znalazła się **całkowita liczba noworodków**, a w **mianowniku** – **łączna liczba porodów**.

Nieuwzględnienie wag doprowadziłoby w tym przypadku do wyniku znajdującego się na osi liczbowej dokładnie w połowie odległości między wartościami najmniejszą i największą:

$$\bar{x} \neq (1 + 2 + 3 + 4) : 4 = \mathbf{2{,}5}$$

ŚREDNIA ARYTMETYCZNA WAŻONA

Obliczenia prowadzone w ten sposób nie uwzględniają tego, że porody o różnej wielkości zdarzają się z różną częstością.

Błędny wynik 2,5 sugeruje, że **porody małe** (1 lub 2 noworodki) oraz **duże** (3 lub 4 noworodki) **są tak samo prawdopodobne**, kiedy w rzeczywistości mały poród jest bardziej prawdopodobny od dużego.

Średnia arytmetyczna jest wartością abstrakcyjną – średnia wielkość miotu marmozety zwyczajnej wynosi w przybliżeniu **2,29**, choć podczas porodu może na świat przyjść tylko jedno, dwa, trzy albo cztery młode.

ŚREDNIA ARYTMETYCZNA WAŻONA



Przykład 2.

W poniższej tabeli przedstawiono wyniki monitoringu populacji wilka w kompleksach leśnych północno-wschodniej Polski w październiku 2018 r.

Monitorowany obszar	Zagęszczenie populacji [os. / 100 km^2]	Monitorowana powierzchnia [km^2]
Puszcza Augustowska	3,0	1 583
Puszcza Białowieska	2,6	769
Puszcza Knyszyńska	2,0	1 793

ŚREDNIA ARYTMETYCZNA WAŻONA



Aby obliczyć średnie zagęszczenie wilka w lasach północno-wschodniej Polski, należy wziąć pod uwagę **wielkości powierzchni monitorowanych obszarów potraktowane jako wagi poszczególnych obserwacji:**

$$\bar{x} = \frac{3{,}0\ \frac{\text{os.}}{100\ \text{km}^2} \cdot 1\,583\ \text{km}^2 + 2{,}6\ \frac{\text{os.}}{100\ \text{km}^2} \cdot 769\ \text{km}^2 + 2{,}0\ \frac{\text{os.}}{100\ \text{km}^2} \cdot 1\,793\ \text{km}^2}{1583\ \text{km}^2 + 769\ \text{km}^2 + 1793\ \text{km}^2}$$

$$\bar{x} = \frac{103{,}344\ \text{os.}}{4145\ \ \text{km}^2} = \frac{103{,}344}{41{,}45}\ \frac{\text{os.}}{100\ \text{km}^2} \approx 2{,}49\ \frac{\text{os.}}{100\ \text{km}^2}$$

Podczas obliczeń należy uwzględnić jednostkę zagęszczenia (os. / 100 km^2) i jednostkę pola powierzchni (km^2). Końcowy wynik przedstawiono z dokładnością do dwóch miejsc po przecinku.



DOMINANTA

DOMINANTA

Dominanta (moda, modalna) – **najczęstsza wartość pomiaru w danym zbiorze danych, która występuje więcej niż jeden raz.**

Przykład 1.

Wróćmy do naszego prostego przykładu wielkości lęgu u gęsi: 8, 6, 5, 7, 5, 9, 3, 5. Sprawdzamy, która liczba występuje najczęściej: 8, 6, **5**, 7, **5**, 9, 3, **5**. Dominantą jest tu liczba **5** (ona jako jedyna powtórzyła się trzykrotnie, pozostałe liczby wystąpiły tylko raz). Na tej podstawie możemy stwierdzić, że podczas prowadzenia dalszych badań najczęściej będziemy obserwować w gniazdach **5** lub **zbliżoną** liczbę jaj.

DOMINANTA



Przykład 2.

Wróćmy teraz do naszego przykładu dotyczącego wielkości miotu marmozety. Przeanalizujmy tabelę. Znajdźmy wynik pomiaru, który **pojawia się najczęściej**.

Wielkość miotu (wynik pomiaru)	**Liczba porodów (waga)**
1	52
2	**649**
3	335
4	10
Suma	1046

DOMINANTA



W przypadku wielkości miotu marmozety dominanta wynosi **2**, ponieważ z powyższej tabeli można odczytać, że **najczęściej rodzą się bliźnięta**, a więc jest to najbardziej prawdopodobna wielkość miotu przy każdym kolejnym porodzie.

Innymi słowy spodziewamy się przyjścia na świat dwójki młodych, ale z mniejszym prawdopodobieństwem może się zdarzyć także poród mniejszy albo większy.

DOMINANTA



Dla małych zbiorów danych może się okazać, że więcej niż jedna wartość pomiaru występuje z największą częstością — taki zbiór danych ma więcej niż jedną dominantę. W przypadku pomiarów długości działek okwiatu u kosaćca dominantami są 46 mm i 50 mm — **obydwa wyniki pomiarów występują dwukrotnie** w tym zbiorze danych:

51, 49, 47, **46**, **50**, 54, **46**, **50**

W małych próbach dominanta może się zmieniać z próby na próbę. Gdybyśmy powtórzyli pomiary na innych ośmiu okazach kosaćca, to z dużym prawdo-podobieństwem taki zbiór danych charakteryzowałby się inną wartością modalną.

Jeżeli wartości pomiarów się nie powtarzają (każdy pomiar ma inną wartość), nie da się wyznaczyć dominanty.



MEDIANA

MEDIANA

Mediana (wartość środkowa) – taka wartość badanej cechy, która dzieli zbiór danych na dwie równoliczne części: **połowa obserwacji ma wartości mniejsze lub równe medianie, a druga połowa – równe lub większe od mediany.**

Przykład 1. — parzysta liczba wyników

Aby wyznaczyć medianę, najwygodniej zacząć od **uporządkowania zbioru danych od wartości najmniejszych do największych**. To krok pierwszy. Przywołajmy nasz prosty przykład wielkości lęgu u gęsi: 8, 6, 5, 7, 5, 9, 3, 5.

Po uporządkowaniu otrzymujemy taki zestaw danych: 3, 5, 5, 5, 6, 7, 8, 9.

MEDIANA



W następnym kroku **liczymy, ile mamy danych** — jest 8 liczb. Dla zbiorów danych o parzystej liczbie wyników medianę oblicza się jako średnią z **dwóch środkowych wartości**.

3, 5, 5, **5**, **6**, 7, 8, 9

W ostatnim kroku musimy zatem dodać do siebie dwie sąsiadujące liczby — czwartą i piątą z kolei — i podzielić na dwa. W naszym przypadku mediana wynosi (5 + 6) : 2 = **5,5**. Średnia arytmetyczna z dwóch środkowych wartości stanowi jednocześnie środek przedziału wyznaczonego przez te dwie wartości.

MEDIANA



Dzięki obliczeniu mediany możemy powiedzieć, że połowa gęsi złożyła **co najwyżej 5 jaj, a druga połowa — 6 lub więcej jaj.** Możemy też stwierdzić, że **gęś, która złożyła 8 jaj, znajduje się w tej połowie próby, która miała wyższe wyniki lęgu.**

Badana próba jest stosunkowo mała, ale w dużym przybliżeniu możemy stwierdzić, że przy prowadzeniu dalszych badań z takim samym prawdopodobieństwem będziemy odnajdywać lęgi małe — liczące do 5 jaj, oraz lęgi duże — co najmniej 6 jaj.

MEDIANA

Przykład 2. — nieparzysta liczba wyników

W przypadku zbiorów danych o nieparzystej liczbie wyników medianę stanowi **pojedyncza wartość środkowa** uporządkowanego zbioru, a więc jest równa wartości jednego z uzyskanych wyników. Poszukajmy mediany w następującym zestawie 11 danych z obserwacji lęgowych wykonanych w innej lokalizacji:

2, 3, 4, 5, 5, **8**, 9, 9, 11, 11, 12

Środkowa — szósta z kolei — liczba to 8. Mediana wynosi zatem **8**.

MEDIANA



Przykład 3. — wpływ obserwacji odstających

Uporządkowanie zbioru danych z wynikami pomiarów długości działek okwiatu kosaćca prowadzi do następującego wyniku w milimetrach:

46, 46, 47, **49**, **50**, 50, 51, 54

Liczba wyników jest parzysta, a **dwie środkowe wartości** to 49 mm i 50 mm (odpowiednio: czwarta i piąta wartość po uporządkowaniu). Mediana jest zatem równa **49, 5 mm**, ponieważ (49 mm + 50 mm) : 2 = 49,5 mm.

MEDIANA



Mediana jest nieczuła na obserwacje odstające. Przykładowo: **omyłkowe dopisanie jedynki** do najwyższego wyniku pomiaru nie ma żadnego wpływu na wartość mediany w dalszym ciągu równej 49,5 mm:

46, 46, 47, **49**, **50**, 50, 51, **154**

Warto przypomnieć, że po takim samym zaburzeniu wyników średnia arytmetyczna wzrosła o 12,5 mm.



MINIMUM

I MAKSIMUM

MIARY STATYSTYCZNE



Minimum - najniższa wartość uzyskana w badanej próbie.

Maksimum - najwyższa wartość uzyskana w badanej próbie.

Zakres zmienności - przedział wartości między minimum a maksimum.

MINIMUM I MAKSIMUM



Gatunek	Grubość blaszki liściowej [µm]
wiąz pospolity	**196**
olsza czarna	156
grab pospolity	**98**

MAKSIMUM

MINIMUM

zakres zmienności: od 98 µm do 196 µm



ROZSTĘP

ROZSTĘP

Rozstęp – różnica między maksymalnym (największym) i minimalnym (najmniejszym) wynikiem pomiaru. Znalezienie maksimum i minimum jest łatwiejsze po uporządkowaniu zbioru danych, ale nie okazuje się to konieczne.

Przykład 1.

W naszym prostym przykładzie wielkości lęgu u gęsi: 8, 6, 5, 7, 5, **9**, **3**, 5, rozstęp wynosi: 9 - 3 = 6

Przykład 2.

W zbiorze wyników pomiarów długości działek kosaćca wartość maksymalna wynosi 54 mm, a wartość minimalna jest równa 46 mm. Rozstęp wynosi zatem 8 mm, ponieważ 54 mm - 46 mm = 8 mm.

ROZSTĘP



Rozstęp, podobnie jak średnia arytmetyczna, jest wrażliwy na obserwacje odstające, które zawsze zwiększają jego wartość. Podczas dołączania do zbioru danych kolejnych wyników, rozstęp nie może maleć, tzn. pozostaje on albo na poprzednim poziomie, jeżeli kolejny wynik pomiaru mieści się w przedziale wyznaczonym przez wartości minimalną i maksymalną, albo rośnie, jeżeli kolejny wynik pomiaru wykracza poza dotychczasowy zbiór danych.

Z tego powodu rozstęp jest rzadko używaną miarą rozproszenia, a w praktyce dużo częściej stosuje się odchylenie standardowe.



ODCHYLENIE STANDARDOWE

ODCHYLENIE STANDARDOWE



Odchylenie standardowe – to miara skupienia wyników wokół wartości średniej określona następującym wzorem:

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n}} = \sqrt{\frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \cdots + (x_i - \bar{x})^2 + \cdots + (x_n - \bar{x})^2}{n}}$$

s - odchylenie standardowe

$\overline{\mathbf{x}}$ - średnia arytmetyczna

$\mathbf{x_1, x_2, \ldots, x_i, \ldots, x_n}$ - kolejne wyniki pomiarów

n - liczba pomiarów

Im większe odchylenie standardowe, tym większe zróżnicowanie wyników.

ODCHYLENIE STANDARDOWE



Wartość odchylenia standardowego określa, w jakim stopniu wyniki przeprowadzonych pomiarów odbiegają od wartości średniej arytmetycznej obliczonej na ich podstawie.

Wysoka wartość odchylenia standardowego oznacza, że wartości pomiarów w próbie są oddalone od wartości średniej.

Niska wartość odchylenia standardowego oznacza, że wartości pomiarów w próbie są zbliżone do wartości średniej.

ODCHYLENIE STANDARDOWE



Wartość odchylenia standardowego wyznacza typowe wartości badanej cechy zawierające się w przedziale $\bar{x} \pm s$.

Jednocześnie przyjmuje się, że wystąpienie wartości cechy spoza przedziału $\bar{x} \pm 3s$ jest mało prawdopodobne. Jeżeli zmienność badanej cechy jest dobrze przybliżona rozkładem normalnym i pobrano próbę liczącą co najmniej kilkanaście obserwacji, **to można przewidzieć, że około 2/3 przyszłych wartości pomiarów będzie mieściło się w przedziale $\bar{x} \pm s$, a około 99% – w przedziale $\bar{x} \pm 3s$.**

Odchylenie standardowe, podobnie jak średnia arytmetyczna, ma tę samą jednostkę, co mierzona cecha organizmu lub populacji, i jest wrażliwe na obserwacje odstające.

ODCHYLENIE STANDARDOWE



Przykład:

Podczas eksperymentu badano siłę kiełkowania nasion. W każdej z czterech doniczek wysiano **100 nasion.** Na koniec eksperymentu policzono liczbę skiełkowanych nasion w każdej z doniczek i otrzymano następujące wyniki: **66, 72, 51, 78.**

Średnia liczba skiełkowanych nasion wynosi:

$$\overline{x} = (66 + 72 + 51 + 78) : 4 = 66{,}75$$

ODCHYLENIE STANDARDOWE

Odchylenie standardowe liczby skiełkowanych nasion jest równe:

$$s = \sqrt{\frac{(66 - 66{,}75)^2 + (72 - 66{,}75)^2 + (51 - 66{,}75)^2 + (78 - 66{,}75)^2}{4}}$$

$$s = \sqrt{\frac{(-0{,}75)^2 + (5{,}25)^2 + (-15{,}75)^2 + (11{,}25)^2}{4}}$$

$$s = \sqrt{\frac{0{,}5625 + 27{,}5625 + 248{,}0625 + 126{,}5625}{4}}$$

$$s = \sqrt{\frac{402{,}75}{4}} = \sqrt{100{,}6875} \approx 10{,}03432$$

ODCHYLENIE STANDARDOWE



Wyznaczmy teraz przedział $\bar{x} \pm s$ z dokładnością do drugiego miejsca po przecinku:

(od 56,72 do 76,78)

Pamiętamy, że w omawianym eksperymencie w każdej doniczce było 100 nasion, a więc tak wyznaczony przedział obejmuje typowe wartości siły kiełkowania badanych nasion wyrażone w procentach. Do uzyskanych wyników należy jednak podchodzić z dużą rezerwą, ponieważ wartości średniej arytmetycznej i odchylenia standardowego zostały obliczone tylko dla czterech powtórzeń eksperymentu. Takie uproszczenie zostało wprowadzone w celu ułatwienia rachunków, ale **podczas prowadzenia badań powinno się wykonywać, jeżeli to możliwe, większą liczbę powtórzeń.**



SŁUPKI BŁĘDU

(WĄSY)

SŁUPKI BŁĘDU (WĄSY)



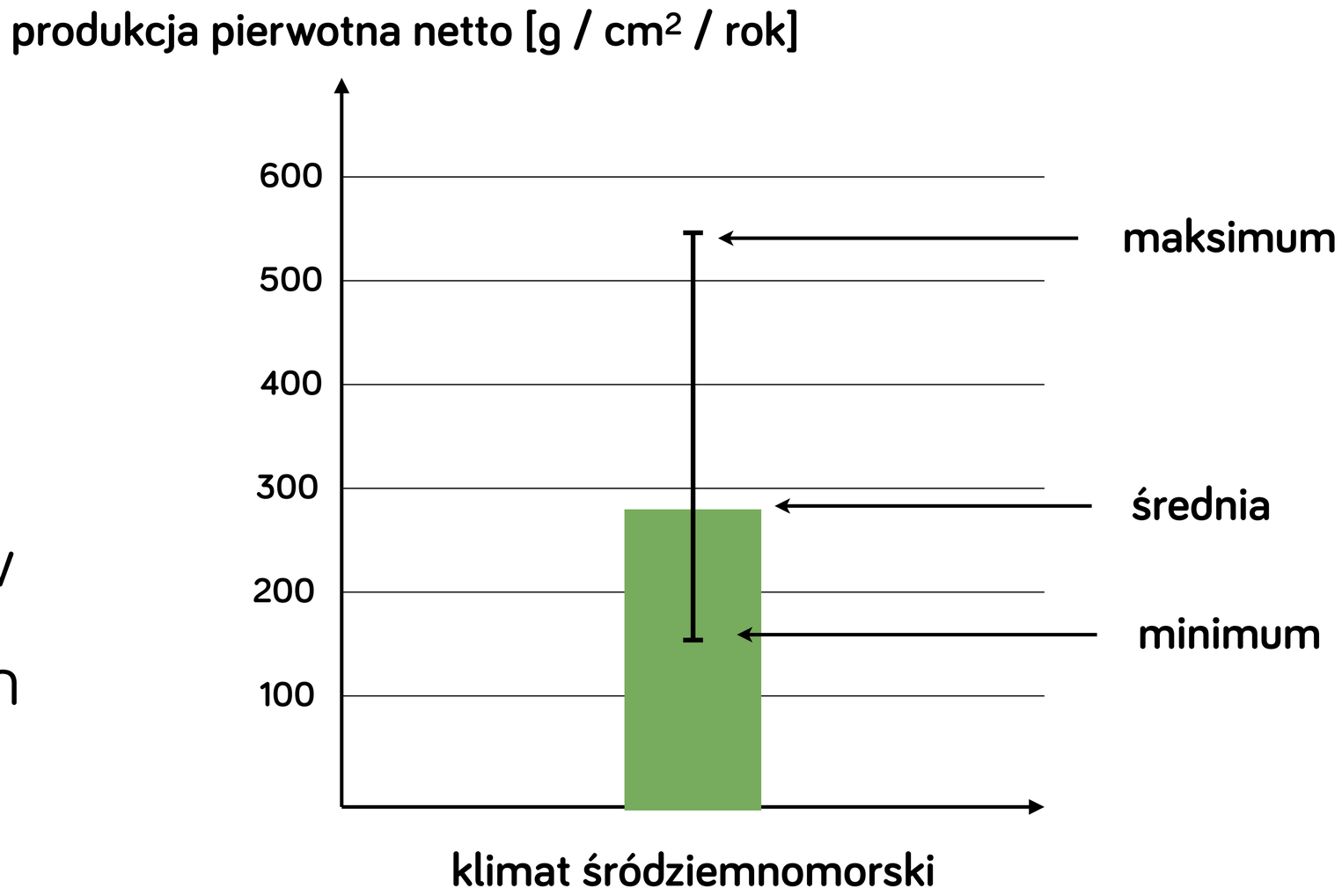
Na wykresach często zaznacza się słupki błędu. Są to pionowe linie zakończone poprzeczną kreską, które odzwierciedlają zróżnicowanie wartości pomiarów w próbie.

Wyróżniamy wąsy:

- **zakresu zmienności,**
- **odchylenia standardowego**

WĄSY ZAKRESU ZMIENNOŚCI

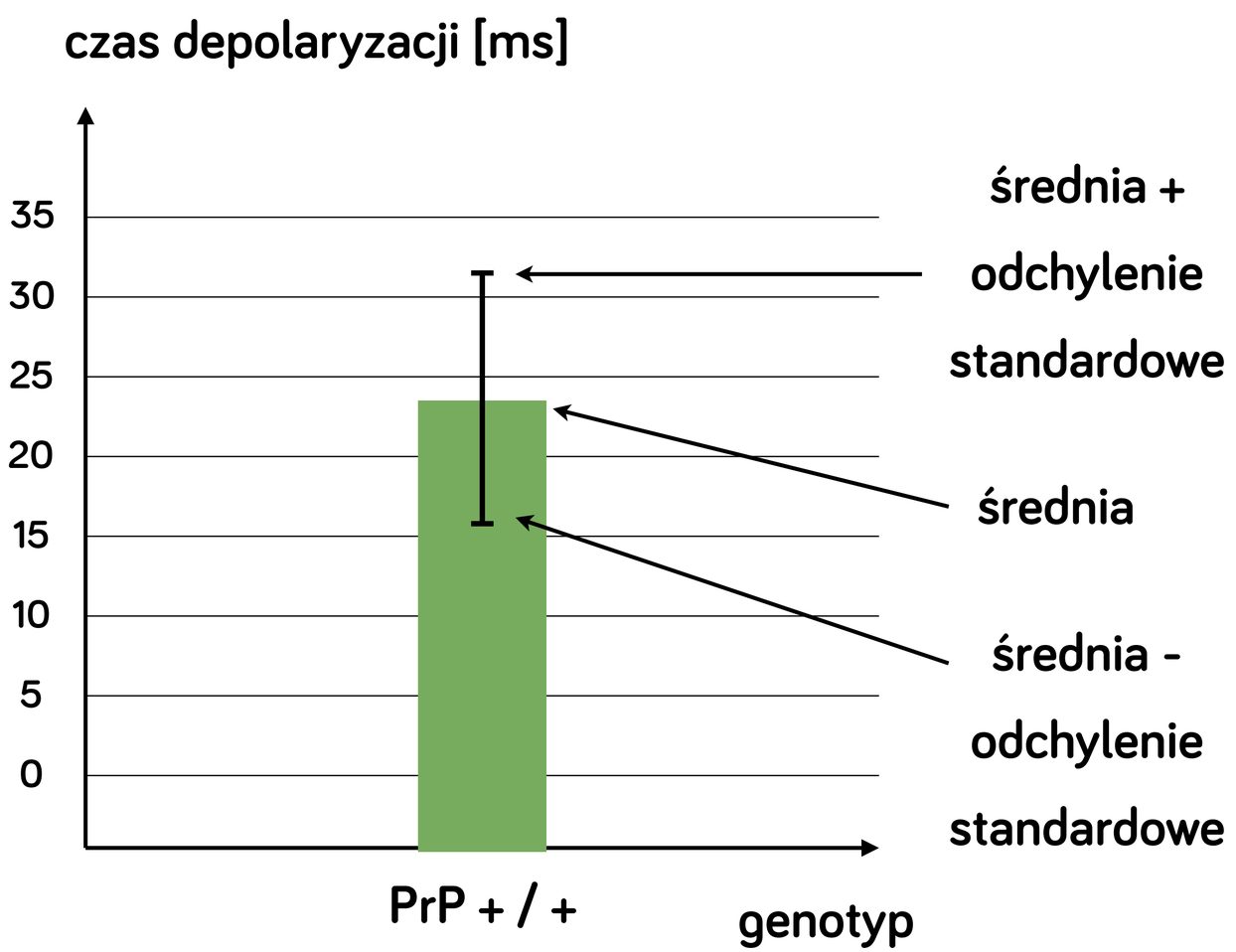
Wyznaczają minimum i maksimum, a więc wszystkie wartości pomiarów znajdują się w przedziale wyznaczonym przez wąs.



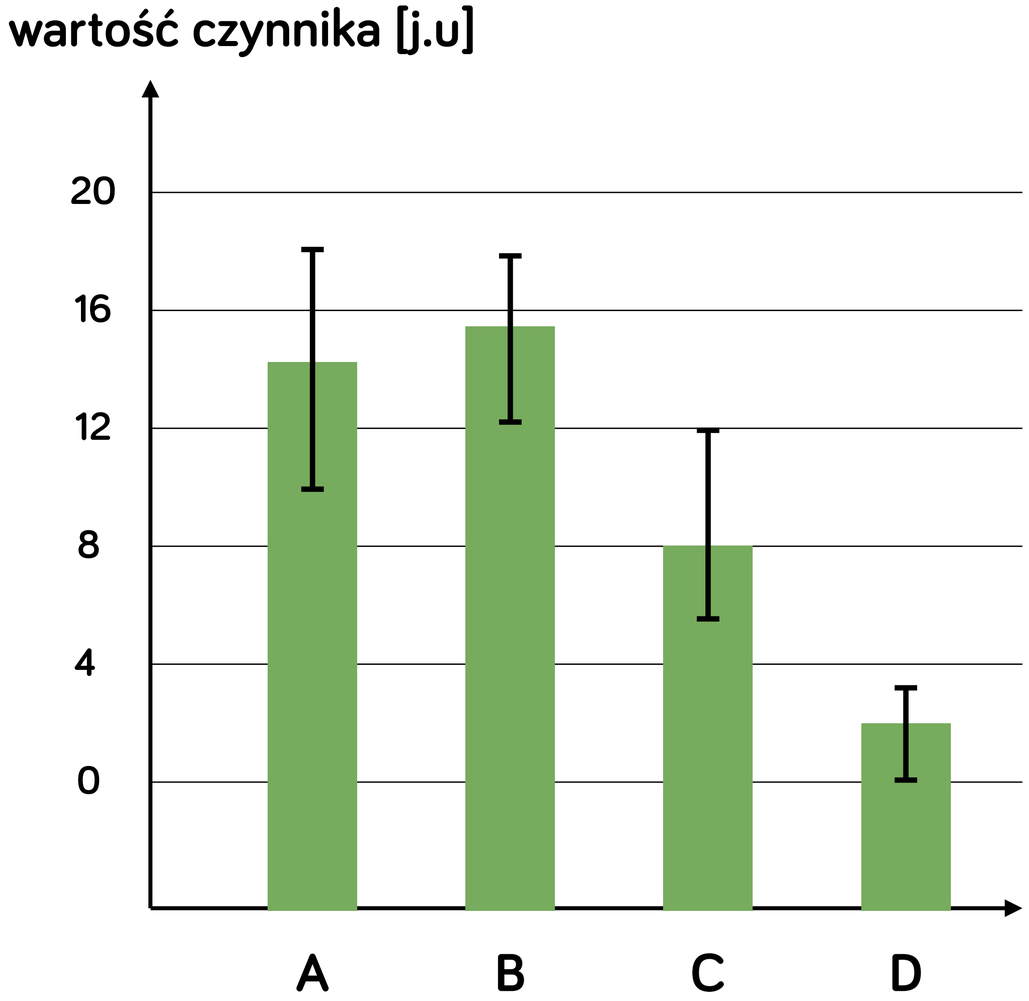
WĄSY ODCHYLENIA STANDARDOWEGO

Pozwalają określić, czy wyniki pomiarów są zbliżone do wartości średniej. Na ich podstawie nie można wyznaczyć zakresu zmienności.

Słupki błędów w postaci odchylenia standardowego określają przedział, w którym znajdują się typowe wyniki pomiarów, ale część wyników badań zawsze leży dalej od średniej niż jedno odchylenie standardowe.



ANALIZA WYKRESU Z WĄSAMI WYZNACZAJĄCYMI ODCHYLENIE STANDARDOWE



- W próbie A i próbie B zakres odchylenia standardowego pokrywa się, więc możemy przypuszczać, że **nie występują znaczące różnice** między wartościami uzyskanymi w obu próbach.
- W próbie A i próbie D zakres wąsów odchylenia standardowego nie pokrywa się, zatem możemy przypuszczać, że **występują znaczące różnice** między wartościami.

OPIS WYNIKÓW BADAŃ A WNIOSKOWANIE



Opis wyników badań za pomocą miar tendencji centralnej i rozproszenia przekłada się na łatwiejsze wyciągnięcie wniosków z przeprowadzonych badań. **Wnioskowanie** polega na udzieleniu odpowiedzi na postawione pytanie badawcze lub zweryfikowaniu sformułowanych hipotez **na podstawie analizy uzyskanych wyników doświadczenia lub obserwacji.**

Taka analiza często polega na porównaniu uzyskanych wyników między badanymi grupami. Na następnych slajdach przedstawiono plan obserwacji uwzględniający: problem badawczy, pomiary badanych cech, opis wyników oraz analizę możliwych wyników wraz z wnioskowaniem.

OPIS WYNIKÓW BADAŃ A WNIOSKOWANIE



Przykład: Zależności pokarmowe między motylem bielinkiem kapustnikiem a ostróżeczką polną. Dorosła forma motyla bielinka kapustnika (*Pieris brassicae*) żywi się nektarem kwiatów. Jest to możliwe dzięki aparatowi gębowemu typu ssącego w postaci odpowiednio długiej rurki. Ostróżeczka polna (*Consolida regalis*) produkuje nektar w miodnikach znajdujących się na dnie wyciągniętej w ostrogę górnej działki kielicha.

Problem badawczy: Czy populacja bielinka może korzystać z nektaru produkowanego przez ostróżeczkę?

OPIS WYNIKÓW BADAŃ A WNIOSKOWANIE



Mierzone cechy: długość ssawki 30 osobników bielinka oraz długość ostrogi 30 okazów ostróżeczki.

Opis wyników: przedstawienie zmienności obydwu cech na osi liczbowej w postaci minimum, mediany i maksimum.

Analiza wyników i wnioskowanie: porównanie rozkładów badanych cech i udzielenie odpowiedzi na postawione pytanie badawcze

OPIS WYNIKÓW BADAŃ A WNIOSKOWANIE

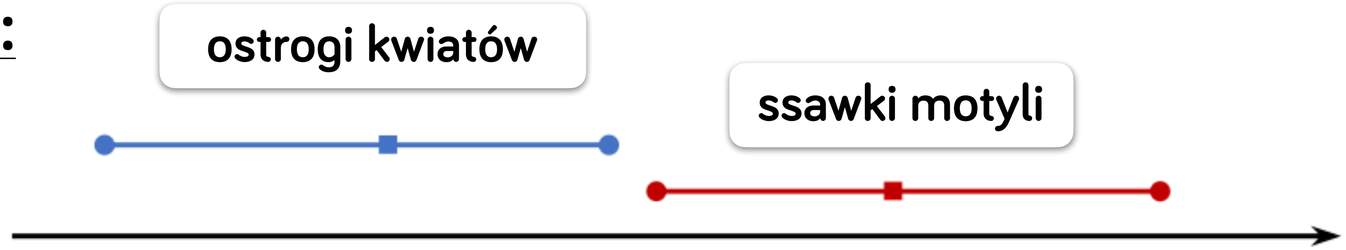


Poniżej przedstawiono cztery różne możliwe wyniki obserwacji, analizę tych wyników i wnioski wyciągnięte na podstawie analizy. Kolorem **czerwonym** przedstawiono wyniki dla długości ssawki, a kolorem **niebieskim** – dla długości ostrogi kwiatu. Koła oznaczają minimum i maksimum, a kwadraty – medianę.

Oś liczbowa nie została wyskalowana, ponieważ rozpatrujemy cztery hipotetyczne scenariusze, w których ważne jest jedynie wzajemne położenie na osi liczbowej uwzględnionych w analizie statystyk.

OPIS WYNIKÓW BADAŃ A WNIOSKOWANIE

Przykład 1. Wyniki:



Analiza: Rozkłady badanych cech w próbie są rozłączne. Ssawki motyli w próbie były zawsze dłuższe od ostróg kwiatów. Badania na większej próbie mogłyby jednak wykazać, że zmienność badanych cech w populacji częściowo na siebie nachodzi.

Wniosek: Dostęp populacji motyli *P. brassicae* do nektaru *C. regalis* jest nieograniczony lub ograniczony w niewielkim stopniu.

OPIS WYNIKÓW BADAŃ A WNIOSKOWANIE

Przykład 2. Wyniki:

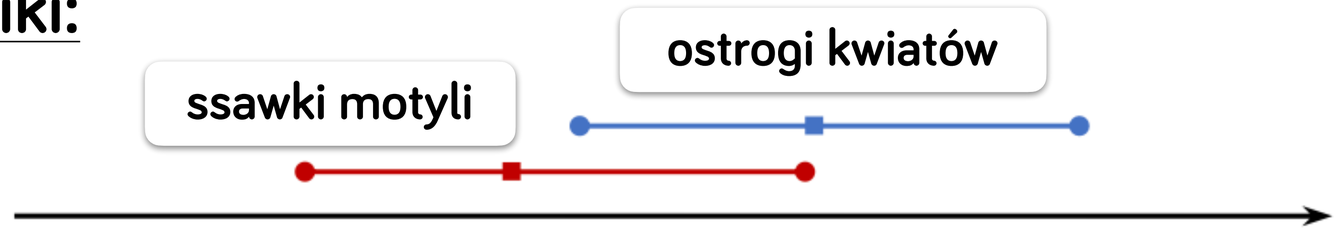


Analiza: Rozkłady badanych cech w próbie częściowo się pokrywają. Najkrótsze ssawki motyli były krótsze od najdłuższych ostróg kwiatów.

Wniosek: Większość motyli w populacji *P. brassicae* ma nieograniczony dostęp do nektaru *C. regalis*, ale niewielka część z nich nie może żerować na największych okazach kwiatów.

OPIS WYNIKÓW BADAŃ A WNIOSKOWANIE

Przykład 3. Wyniki:

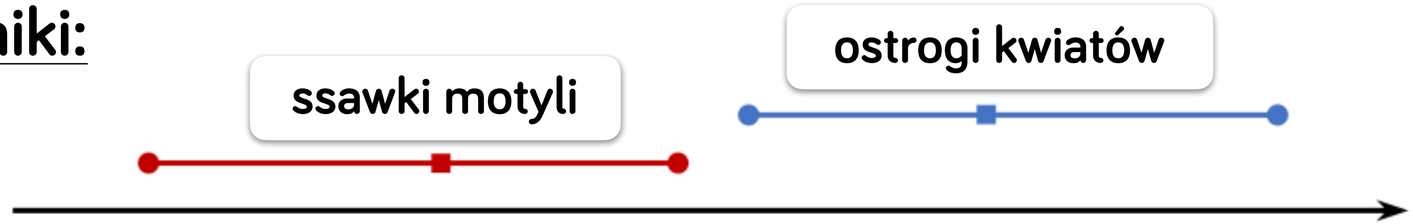


Analiza: Rozkłady badanych cech w próbie częściowo się pokrywają. Większość motyli miała ssawki krótsze od najkrótszych ostróg kwiatów. W przybliżeniu połowa kwiatów miała ostrogi dłuższe od najdłuższych ssawek motyli.

Wniosek: Tylko subpopulacja motyli *P. brassicae* o najdłuższych ssawkach ma dostęp do części nektaru produkowanego przez *C. regalis*.

OPIS WYNIKÓW BADAŃ A WNIOSKOWANIE

Przykład 4. Wyniki:



Analiza: Rozkłady badanych cech w próbie są rozłączne. Ssawki motyli w próbie były zawsze krótsze niż ostrogi kwiatów. Badania na większej próbie mogłyby jednak wykazać, że zmienność badanych cech w populacji częściowo na siebie nachodzi.

Wniosek: W populacji *P. brassicae* motyle nie mają w ogóle dostępu do nektaru C. regalis lub ten dostęp jest ograniczony w znacznym stopniu – tylko niektóre motyle mogą mieć dostęp do nektaru.

ZADANIE 1.



Z kolekcji Muzeum Brytyjskiego wybrano losowo po dziesięć czaszek samic i samców szakala złocistego (*Canis aureus*). Poniżej przedstawiono wyniki pomiarów długości szczęki wyrażone w milimetrach.

Samce: 120 107 110 116 114 111 113 117 114 112

Samice: 110 111 107 108 110 105 107 106 111 111

ZADANIE 1.1.



Uzupełnij tabelę — znajdź minimum, maksimum oraz medianę wyników pomiarów długości szczęki szakali w podziale na płeć zwierzęcia. Wyniki zapisz w milimetrach.

	Minimum	Mediana	Maksimum
Samce			
Samice			

ZADANIE 1.1.



Zestawy danych po uporządkowaniu z zaznaczonymi na zielono wartościami środkowymi.

Samce: 107 110 111 112 **113** **114** 114 116 117 120

Samice: 105 106 107 107 **108** **110** 110 111 111 111

ZADANIE 1.1.



	Minimum	Mediana	Maksimum
Samce	107	(113 + 114) : 2 = 113,5	120
Samice	105	(108 + 110) : 2 = 109,0	111

ZADANIE 1.2.



Zinterpretuj uzyskane wyniki badań — określ, czy płeć szakala złocistego można bezbłędnie rozpoznać wyłącznie na podstawie wyników pomiarów długości szczęki. Odpowiedź uzasadnij.

- Nie, ponieważ mediany długości szczęki są przesunięte tylko o 4,5 mm, a rozstęp długości szczęki u samców wynosi nawet kilkanaście milimetrów.
- Nie jest to możliwe, ponieważ część samic ma dłuższe szczęki od niektórych samców, choć z reguły to szczęki samców są dłuższe.

ZADANIE 2.



W ciągu miesiąca zawodnik wykonał cztery treningi biegowe na dystansie siedmiu kilometrów. W każdym dniu treningu zostało zmierzone tętno spoczynkowe oraz tętno wysiłkowe sportowca. Wyniki pomiarów w postaci liczby uderzeń serca na minutę przedstawiono w poniższej tabeli.

Data	Tętno spoczynkowe	Tętno wysiłkowe
5 marca	58	160
6 marca	59	162
13 marca	66	174
29 marca	64	161

ZADANIE 2.1.



Uzupełnij tabelę — na podstawie przedstawionych wyników pomiarów oblicz wartość średnią oraz odchylenie standardowe tętna spoczynkowego oraz tętna wysiłkowego. Odpowiedzi zapisz w liczbie uderzeń serca na minutę z dokładnością do drugiego miejsca po przecinku.

	Tętno spoczynkowe	**Tętno wysiłkowe**
Średnia arytmetyczna		
Odchylenie standardowe		

ZADANIE 2.1.



$$\bar{x}_s = \frac{58 + 59 + 66 + 64}{4} = \frac{247}{4} = 61{,}75$$

$$s_s = \sqrt{\frac{(58 - 61{,}75)^2 + (59 - 61{,}75)^2 + (66 - 61{,}75)^2 + (64 - 61{,}75)^2}{4}}$$

$$s_s = \sqrt{\frac{14{,}0625 + 7{,}5625 + 18{,}0625 + 5{,}0625}{4}} = \sqrt{\frac{44{,}75}{4}} = \sqrt{11{,}1875} \approx 3{,}34$$

ZADANIE 2.1.



$$\bar{x}_w = \frac{160 + 162 + 174 + 161}{4} = \frac{657}{4} = 164{,}25$$

$$s_w = \sqrt{\frac{(160 - 164{,}25)^2 + (162 - 164{,}25)^2 + (174 - 164{,}25)^2 + (161 - 164{,}25)^2}{4}}$$

$$s_w = \sqrt{\frac{18{,}0625 + 5{,}0625 + 95{,}0625 + 10{,}5625}{4}} = \sqrt{\frac{128{,}75}{4}} = \sqrt{32{,}1875} \approx 5{,}67$$

ZADANIE 2.1.



	Tętno spoczynkowe	**Tętno wysiłkowe**
Średnia arytmetyczna	61,75 (wartość dokładna)	164,25 (wartość dokładna)
Odchylenie standardowe	3,34 (wartość przybliżona)	5,67 (wartość przybliżona)

ZADANIE 2.1.



Podczas wykonywania obliczeń należy stosować jak największą dokładność. Większość kalkulatorów prostych wykonuje obliczenia z dokładnością do 7-9 miejsc po przecinku, ale w tym przykładzie najdłuższe rozwinięcia dziesiętne wyników cząstkowych są cztero-cyfrowe. **Błędem jest zaokrąglanie wyników cząstkowych.**

Zaokrąglać do wymaganej precyzji należy tylko końcowy wynik — wynik pierwiastkowania.

ZADANIE 2.2.



Określ, który z mierzonych parametrów - tętno spoczynkowe czy tętno wysiłkowe - wykazywał większą zmienność między treningami. Odpowiedź uzasadnij, porównując wartości liczbowe rozstępów obydwu parametrów.

Różnica miedzy wartościami minimalną i maksymalną pomiaru wynosi tylko 8 dla tętna spoczynkowego, a dla tętna wysiłkowego - aż 14 uderzeń serca na minutę. Zatem to **tętno wysiłkowe** miało większą zmienność.